

ДИНАМІКА ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО І ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПІДВІСІВ РОТОРА

Подлесний С. В., Єрфорт Ю. О., Жук Я. А.

Применение электромагнитных и электростатических подвесов является одним из перспективных технических направлений, особенно когда речь идет о высоких скоростях, малых возмущающих моментах, отсутствии износа, шума, вибраций, работе в вакууме, агрессивных средах и т.д. В статье на основе аппарата аналитической механики и уравнений Лагранжа-Максвелла получены математические электродинамические модели таких подвесов. Модели включают как уравнения механического движения, так и уравнения, описывающие электродинамические процессы и позволяют при использовании средств вычислительной техники подбирать рациональные параметры рассматриваемых устройств, обеспечивающие соответствие требуемым техническим характеристикам.

Застосування електромагнітних і електростатичних підвісів є одним із перспективних технічних напрямків, особливо коли мова йде про високі швидкості, малі збурюючі моменти, відсутність зносу, шуму, вібрацій, роботі в вакуумі, агресивних середовищах і т.д. У статті на основі апарату аналітичної механіки і рівнянь Лагранжа-Максвелла отримані математичні електродинамічні моделі таких підвісів. Моделі включають як рівняння механічного руху, так і рівняння, що описують електродинамічні процеси і дозволяють при використанні засобів обчислювальної техніки підбирати раціональні параметри розглянутих пристроїв, що забезпечують відповідність необхідним технічним характеристикам.

Application of electromagnetic and electrostatic suspensions is one of the promising technical areas, especially as far as concerns high-speeds, small disturbing moments, zero wear, noise, vibration, work in vacuum, aggressive environments, etc. Mathematical electrodynamic models of such suspensions were obtained in the article on the basis of the apparatus of analytical mechanics and Lagrange-Maxwell equations. The models include the equations of mechanical motion and the equations describing electromagnetic processes and allow to choose rational parameters of the considered devices, ensuring compliance to the required specifications when using computer equipment.

Подлесний С. В.

Єрфорт Ю. О.

Жук Я. А.

канд. техн. наук, доц.,
декан ФАМІТ ДДМА
доц. каф. ТМ ДДМА
texmex@dgma.donetsk.ua
студент ДДМА
jaroslawjuk@outlook.com

ДДМА – Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

УДК 531.382; 621.34; 684.511

Подлесний С. В., Єрфорт Ю. О., Жук Я. А.

ДИНАМІКА ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО І ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПІДВІСІВ РОТОРА

Традиційні опори ковзання і кочення в ряді випадків являються неефективними в застосуванні. Такі опори не можуть в повній мірі забезпечити виконання складних і суперечливих вимог. Сучасні опори повинні відповідати здатності тривалий час стійко працювати в будь-якому середовищі при малих і високих швидкостях, мати близькі до нуля моменти, споживати незначну кількість енергії, бути технологічними і не дуже дорогими. Найбільш повне рішення проблем досягається в електромагнітних або електростатичних підвісах (ЕМП або ЕСП), де вага тіла і діючих на нього навантажень врівноважується силами магнітного або електричного поля. В результаті такого врівноваження здійснюється вільне «паріння» (левітація) тіла без дотику з оточуючими його предметами. Вільна левітація тіл в електричних і магнітних полях забезпечує роботу підвісу при високих швидкостях і отримання вкрай малих збурюючих моментів. Крім того, відсутність зносу, шуму і вібрацій, можливість нормального функціонування в вакуумі, агресивних середовищах, широкий температурний діапазон і незначне споживання енергії роблять такі підвіси все більш перспективними.

Для раціонального конструювання та подальшого аналізу властивостей ЕМП і ЕСП інженерна практика вимагає використання коректних математичних моделей, які повинні містити диференціальні рівняння механічного руху, а також рівняння електромагнітних процесів. Для складання рівнянь електромеханічних систем вельми зручним є апарат аналітичної механіки, в якому електромагнітні і механічні величини, що характеризують систему, фігурують як формально рівноправні і рівняння руху складаються на основі рівнянь Лагранжа-Максвелла.

Основою проведення досліджень є математичне моделювання, яке при використанні сучасних досягнень обчислювальної техніки, дає можливість замінити вивчення складного електромеханічного перетворювача енергії відносно простою для практичної реалізації моделлю.

Незважаючи на те, що використання безконтактних підвісів в магнітних і електричних полях запропоновано досить давно, дослідження в цій галузі інтенсивно ведуться і в даний час [1–6].

Метою роботи є створення на основі рівнянь Лагранжа-Максвелла математичних моделей електромеханічних систем ЕМП і ЕСП ротора.

Розглянуто два завдання про поступальний вертикальний рух ротора в ЕМП і ЕСП. Магнітний підвіс ротора 1 складається з електромагніту 2 і датчика 3 , керуючого напруженою живлення котушки електромагніта. Маса ротора дорівнює m , b – коефіцієнт в'язкого тертя при русі ротора; R – омичний опір ланцюга (рис. 1). При номінальній силі струму в обмотці електромагніту і номінальному повітряному зазорі в магнітопроводі електромагнітна сила тяжіння врівноважує силу тяжіння ротора. D – діаметр сердечника магнітопроводу.

Будемо вважати, що ротор здійснює поступальний прямолінійний рух уздовж вертикальної осі Y . За початок відліку на осі Y приймемо точку O , з якою збігається центр мас ротора C при номінальній величині зазору в магнітопроводі. В якості узагальненої координати виберемо координату u в центрі мас ротора. Струм в обмотці електромагніту позначимо через i . Узагальненими координатами розглянутої електромеханічної системи будуть u і i . Система не містить конденсаторів, тому диференціальне рівняння для струму в електромагніті матиме перший порядок.

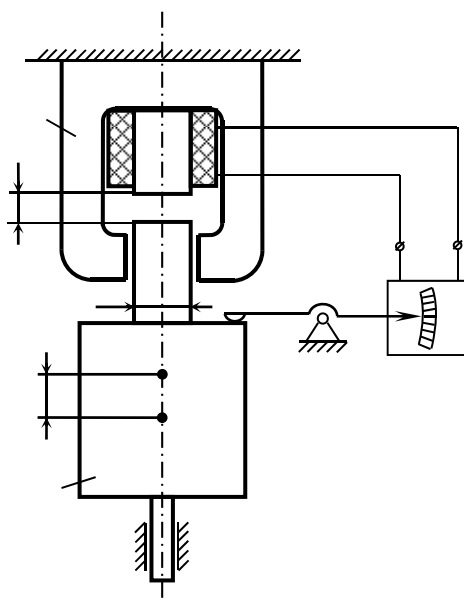


Рис. 1. Електромагнітний підвіс ротора: 1 – ротор; 2 – електромагніт; 3 – датчик.

Використовуючи формулу для кінетичної енергії твердого тіла, що здійснює поступальний рух, випишемо вираз для кінетичної енергії ротора:

$$T_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot y^2.$$

Потенційна енергія сили тяжіння:

$$\Pi = mg \cdot y.$$

Енергія електричного поля дорівнює нулю, так як в системі відсутні ємності.

Підрахуємо енергію магнітного поля, яка, як відомо, визначається виразом (в системі СІ):

$$T_m = \frac{1}{2} \cdot \int \int \int_V \frac{1}{\mu} \cdot B^2 dV. \quad (1)$$

Тут \vec{B} – вектор магнітної індукції;

μ – магнітна проникність;

V – область, яка містить магнітне поле.

Припустимо, що зазор в магнітопроводі ($\xi - y$) малий у порівнянні з діаметром магнітопроводу. Тоді магнітне поле в повітряному зазорі магнітопровода можна вважати однорідним і знехтувати крайовими ефектами. Поле розсіювання не враховуємо. Припустимо, що магнітна проникність магнітопроводу вельми велика і в (1) можна знехтувати інтегралом за обсягом. Тоді при зроблених припущеннях (1) залишиться інтегралом від постійного вектора за обсягом:

$$T_m = \frac{1}{2\mu_0} \cdot S(\xi - y) \cdot B^2 \quad (2)$$

де $S = \pi \cdot D^2 / 4$ – площа поперечного перерізу магнітопроводу,

μ_0 – магнітна проникність повітря.

Магнітний потік через обмотку електромагніту:

$$\Phi = B \cdot S \cdot N, \quad (3)$$

де N – число витків обмотки.

З іншого боку магнітний потік пропорційний току в ланцюгу:

$$\Phi = L_{11} \cdot i, \quad (4)$$

де L_{11} – коефіцієнт самоіндукції.

З (3) і (4) знаходимо величину вектора магнітної індукції:

$$B = L_{11} \cdot i / (S \cdot N).$$

Підставляючи цей вираз в формулу для магнітної енергії (2), отримуємо:

$$T_m = \frac{(\xi - y) \cdot L_{11}^2}{2\mu_a \cdot S \cdot N^2} \cdot i^2. \quad (5)$$

В той же час, магнітна енергія

$$T_m = \frac{1}{2} \cdot L_{11} \cdot i^2. \quad (6)$$

Прирівнюючи (5) і (6), знаходимо остаточний вираз для залежності коефіцієнта самоіндукції від узагальненої координати y :

$$L_{11} = \frac{\mu_0 \cdot S \cdot N^2}{\xi - y}$$

і магнітної енергії системи:

$$W_m = \frac{\mu_0 \cdot S \cdot N^2}{2 \cdot (\xi - y)} \cdot i^2.$$

Таким чином, лагранжіан електромеханічної системи, виявляється рівним:

$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{y}^2 - mg \cdot y + \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot S \cdot N^2}{\xi - y} \cdot i^2. \quad (7)$$

Дисипативна функція:

$$\psi = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \dot{y}^2 + \frac{1}{2} \cdot R \cdot i^2,$$

де b – коефіцієнт в'язкого тертя при русі ротора;

R – омичний опір ланцюга.

Припустимо, що узагальнені неконсервативні сили Q_i механічної природи відсутні, і позначимо через U напругу, що подається на обмотки електромагніту. Для забезпечення стійкості підвісу ротора ця напруга формується в залежності від показань датчика, що вимірює величину зазору ($\xi - y$) в магнітопроводі. При збільшенні зазору струм в ланцюзі повинен зростати, щоб збільшити силу тяжіння ротора до магніту і повернути ротор у стан рівноваги, а при зменшенні зазору ток повинен зменшуватися.

Рівняння Лагранжа-Максвелла матимуть вигляд:

$$\frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{\partial L}{\partial i} \right) + \frac{\partial \psi}{\partial i} = U;$$

$$\frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial \dot{y}} = 0.$$

Виконуючи операції диференціювання, знаходимо:

$$\frac{\mu_0 \cdot S \cdot N^2}{\xi - y} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{\mu_0 \cdot S \cdot N^2}{(\xi - y)^2} \cdot \dot{y} \cdot i + R \cdot i = U;$$

$$m\ddot{y} + mg - \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot S \cdot N^2}{(\xi - y)^2} \cdot i^2 + b\dot{y} = 0. \quad (8)$$

Вираз $-\frac{\mu_0 \cdot S \cdot N^2}{(\xi - y)^2} \cdot \dot{y} \cdot i$ являє собою електрорушійну силу (ЕРС) індукції, що виникає при русі ротора; $\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot S \cdot N^2}{(\xi - y)^2} \cdot i^2$ є сила тяжіння ротора до магніту.

Якщо в (8) $U=U(y)$, то система (8) буде системою нелінійних диференціальних рівнянь 3-го порядку.

Обмежимося для простоти випадком, коли напруга, що подається на обмотки електромагніту, пропорційна величині зазору в магнітопроводі, тобто

$$U = U_0 + k \cdot (\xi - y), U_0 = \text{const},$$

де k – коефіцієнт посилення сигналу датчика зміщення ротора.

У положенні рівноваги ротора:

$$y = 0, \dot{y} = 0, i = i_0$$

і з рівнянь (8) знаходимо необхідні величини сторонньої ЕРС і номінальною сили струму:

$$U_0 = R \cdot i_0 - k \cdot \xi; i_0^2 = 2 \cdot mg \cdot \xi / L_0.$$

Тут $L_0 = \mu_0 \cdot S \cdot N^2 / \xi$ – коефіцієнт самоіндукції в положенні рівноваги ротора, тобто при $y=0$.

Розглянемо інший тип підвісу, а саме - односторонній електростатичний підвіс ротора разом з рухомою пластиною маси m (рис. 2). Основною частиною підвісу є плоский конденсатор. Внаслідок зсуву верхньої рухомої пластини ємність конденсатора змінюється. При цьому в електричному ланцюзі, утвореному ємністю $C(y)$, активним опором R , індуктивністю L_1 і джерелом постійної електрорушійної сили E , виникає змінний струм.

Проводимо вертикальну вісь Y . За початок відліку вибираємо точку O , в якій знаходиться рухома пластина в той момент, коли відстань між обкладинками конденсатора дорівнює ξ .

В якості узагальнених координат електромеханічної системи вибираємо зміщення рухомої пластини y з точки O і повний заряд на конденсаторі $q_0 + q$, де q_0 - заряд конденсатора в положенні рівноваги.

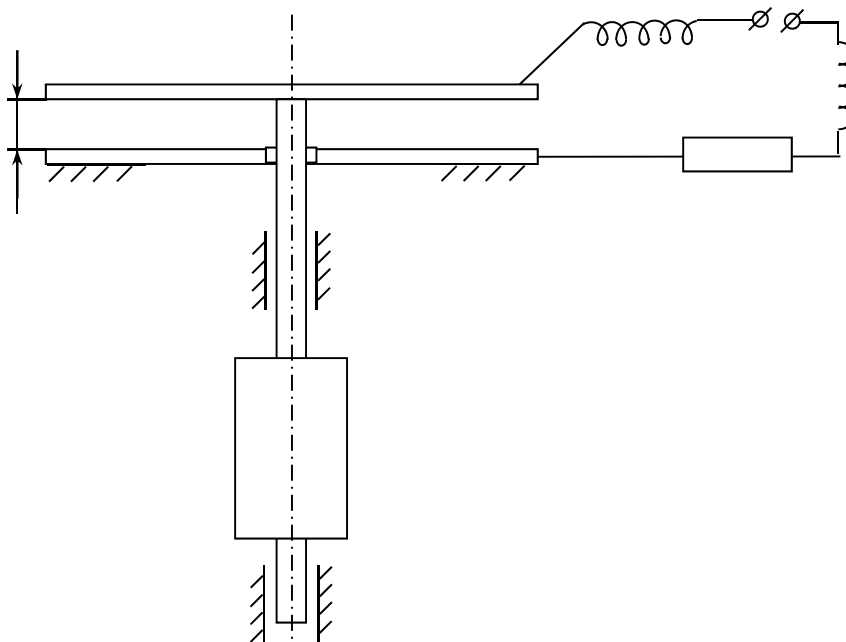


Рис. 2. Електростатичний підвіс ротора

При поступальному вертикальному русі ротора разом з рухомою пластиною уздовж осі Y кінетична енергія

$$T_k = \frac{1}{2} m \dot{y}^2.$$

Потенційна енергія сили тяжіння

$$\Pi = mgy.$$

Магнітна енергія електричного кола (електрокінетична енергія):

$$T_m = \frac{1}{2} L_1 \cdot \dot{q}^2.$$

Ємність конденсатора, яка обернено пропорційна відстані між його пластинами, при зміщенні рухомої пластини дорівнює

$$C = \frac{\xi}{\xi - y} C_0.$$

Потенційна енергія електричного поля в конденсаторі

$$\Pi_{\text{конд}} = \frac{(q + q_0)^2}{2C_0\xi} (\xi - y).$$

Складемо лангранжіан системи

$$L = T_k - \Pi + T_m - \Pi_{\text{конд}},$$

$$L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 - mgy + \frac{1}{2} L_1 \cdot \dot{q}^2 - \frac{(q + q_0)^2}{2C_0\xi} (\xi - y).$$

Дисипативна функція має вигляд

$$\Phi = \frac{1}{2} b \dot{y}^2 + \frac{1}{2} R \cdot \dot{q}^2,$$

де b – коефіцієнт демпфірування при вертикальному русі ротора разом з пластиною. Рівняння Лагранжа - Максвелла для даної електромеханічної системи мають вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{y}} = 0;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}} = E.$$

Обчислимо необхідні похідні

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m \dot{y}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) = m \ddot{y}; \quad \frac{\partial L}{\partial y} = -mg + \frac{(q + q_0)^2}{2C_0\xi}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{y}} = b \dot{y};$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = L_1 \dot{q}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) = L_1 \ddot{q}; \quad \frac{\partial L}{\partial q} = -\frac{(\xi - y)(q + q_0)}{C_0\xi}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}} = R \dot{q}.$$

Підставивши результати в рівняння Лагранжа - Максвелла, отримаємо

$$m \ddot{y} + mg - \frac{(q + q_0)^2}{2C_0\xi} + b \dot{y} = 0;$$

$$L_1 \ddot{q} + \frac{(\xi - y)(q + q_0)}{C_0\xi} + R \dot{q} = E.$$

При рівновазі даної системи з цих рівнянь отримаємо

$$mg = \frac{q_0^2}{2C_0\xi};$$

$$\frac{q_0}{C_0} = E.$$

З урахуванням знайдених співвідношень рівняння динаміки розглянутої електромеханічної системи перетворюються до виду

$$m\ddot{y} - \frac{Eq}{\xi} - \frac{q^2}{2C_0\xi} + b\dot{y} = 0;$$
$$L_1\ddot{q} + R\dot{q} - \frac{y}{\xi}E - \frac{(\xi - y)}{C_0\xi}q = 0.$$

ВИСНОВКИ

Отримані динамічні математичні моделі електромагнітного і електростатичного підвісів ротора, які можна використовувати при їх проектуванні та аналізі роботи.

Вільна левітація ротору в підвісах забезпечує роботу при високих швидкостях і отримання вкрай малих збурюючих моментів, відсутність зносу, шуму і вібрацій, можливість нормального функціонування в вакуумі, агресивних середовищах, широкий температурний діапазон і незначне споживання енергії, що робить такі підвіси все більш перспективними.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мартыненко Г.Ю. Способ взаимосвязанного моделирования нелинейной динамики жестких роторов в пассивных и активных магнитных подшипниках / Г. Ю. Мартыненко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2/5 (80). – 2016. – С.1–11. – ISSN 1729-3774.
2. Васюков С.А. Электростатический подвес с широтно-импульсным регулированием потенциалов и совмещенным датчиком перемещений / С.А. Васюков, Г.Ф. Дробышев // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». – 2014. – №1. – С. 19–33.
3. Моделирование динамики ротора электрошпинделя на магнитных подшипниках / Богданова Ю. В., Гуськов А. М. – Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. – 2015. – № 01. – С. 201–220.
4. Давыдов А.В. Динамика роторных систем с магнитными опорами / А.В. Давыдов, М.К. Леонтьев, С.А. Дегтярев // Вестник Московского авиационного института. – 2012. – Т. 19. – № 1. – С. 91–101.
5. Евдокимов Ю.К. Синтез системы автоматического управления активным магнитным подвесом / Ю.К. Евдокимов, Т.А. Изосимова // Труды республиканского научного семинара АН РТ «Методы моделирования». – Казань: Изд-во «Фэн» («Наука»), 2013. – Вып. 5. – С. 178–191.
6. Стоцкая А.Д. Разработка и исследование математической модели электромагнитных процессов в радиальных активных магнитных подшипниках // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5. – URL: <http://www.science-education.ru/111-10689> (дата обращения: 06.11.2013).

Стаття надійшла до редакції 12.04.2017 р.